Indice

1 Introduzione

Scopo di questa breve monografia è un'introduzione alla funzione esponenziale, ai logaritmi e al numero e. Il pubblico per cui essa è stata pensata e a cui è rivolta sono gli studenti del penultimo anno delle scuole superiori, che non hanno ancora affrontato lo studio del calcolo infinitesimale. Tuttavia, per poter dare rigore e completezza alla trattazione, alcuni concetti di analisi sono necessari, in particolare quello di limite di una successione. Per questo motivo nella sezione introduttiva della monografia vengono fornite alcune nozioni essenziali per i passi successivi: la definizione del limite di una successione, lo sviluppo della potenza di un binomio, la somma della serie geometrica.
Rovesciando quello che è un po' l'approccio didattico tradizionale, prima della funzione esponenziale vengono presentati i logaritmi seguendo la corretta prospettiva storica, considerandoli cioè come tavole di calcolo che permettono di trasformare i prodotti in somme. Da qui è possibile dedurne l'equivalenza con il moderno concetto di logaritmo, funzione inversa dell'esponenziale.
Viene poi introdotta la funzione esponenziale e il nu-

mero di Eulero a partire dal problema del calcolo dell'interesse composto. L'esistenza di e viene dimostrata studiando l'andamento di due successioni, rispettivamente crescente e decrescente, convergenti allo stesso limite. Si prendono poi in esame alcuni processi aventi una dinamica che obbedisce a una legge esponenziale (calcolo di interessi, raffreddamento di un corpo, penetrazione di radiazioni ionizzanti, decadimento radioattivo).
Da ultimo viene presentato il problema della quadratura dell'iperbole come limite della somma delle aree dei rettangoli maggioranti e di quelli minoranti.
Nella prima parte di ogni sezione gli argomenti trattati sono esposti in maniera intuitiva facendo ricorso ad esempi e limitandosi ad enunciare senza dimostrazione le proposizioni necessarie a giustificare le affermazioni fatte. I sottoparagrafi contrassegnati con un asterisco contengono invece le dimostrazioni di tali proposizioni (e quelli con un doppio asterisco dimostrazioni alternative). In tal modo si è voluto offrire al lettore la possibilità di un doppio percorso: comprendere gli aspetti concettuali degli argomenti proposti senza rimanere intrappolati in lunghi calcoli e catene deduttive, oppure scegliere una trattazione più completa e rigorosa all'in-

terno della quale ogni singola affermazione si appoggia su una dimostrazione. Di alcune proposizioni, infine, vengono date più dimostrazioni alternative, cosicché sia possibile apprezzare la ricchezza e il valore estetico di questa parte della matematica